



* Equações de Maxwell e ondas eletromagnéticas.

1- Introdução

Por cerca de aproximadamente 200 anos, desde a descoberta dos fenômenos elétricos e magnéticos, esses dois respectivos campos de física foram estudados de maneira separados. Somente após a descoberta dos fenômenos de indução, estudados por Oersted e Faraday, juntou-se a eletricidade e o magnetismo, que passou a se chamar eletromagnetismo.

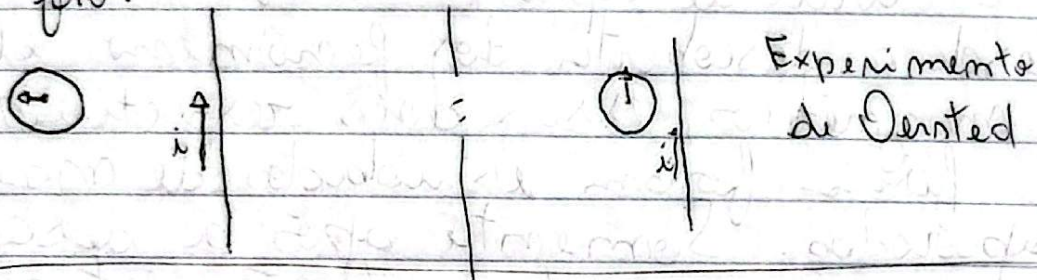
Esses experimentos foram cruciais para o entendimento dos fenômenos eletromagnéticos e a partir do estudo dos fenômenos, foi possível desenvolver uma teoria eletromagnética sólida, que foi desenvolvida por James Clerk Maxwell.

2- A Lei de Ampère

(1820) Oersted era professor de eletriciolode, magnetismo e galvanismo (estudo de correntes elétricas). Em uma de suas aulas, em um experimento simples de análise da corrente que passava por um fio condutor, Oersted experimentou observar a influência da corrente elétrica no fio em uma agulha de uma bússola.



Quando observou que ao aproximar a bússola do fio, em uma posição ^{perpendicular} ~~para~~ ao sentido da corrente, a agulha de bússola se alinhava paralelamente ao fio:

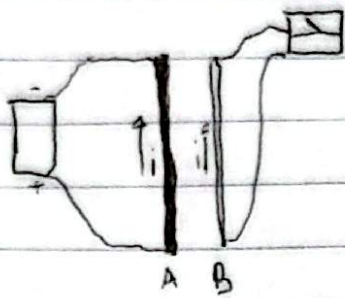


Oersted também observou que a posição da bússola influenciava na direção em que a agulha de bússola iria girar, testando assim diferentes posições da bússola nas proximidades do fio. Com novos descobertos, Oersted apresentou seus resultados em um seminário, no qual estava na plateia

Jean Marie Ampère. Ampère se interessou pelos resultados de Oersted e deu início a experimentos para estudar a influência de corrente em fios condutores próximos a um circuito.

Ampère observou que fios condutores podem gerar campos magnéticos, quando estes fios estiverem conduzindo corrente elétrica.

Em um circuito A, Ampère criou uma corrente ~~em~~ e observou que uma outra corrente era produzida em um circuito B, que estava conectado a um galvanômetro.



Experimento de Ampère.

A descoberta da produção de campo magnético por meio do movimento de cargas, levou a Ampère a sua lei, que mais tarde seria corrigida por Maxwell.

Ampère descobriu que a intensidade do campo que circunda o fio condutor era proporcional a corrente no condutor. Além disso, foi ele o primeiro a descobrir que o campo que circunda o fio condutor era fechado:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Assim, a partir de uma densidade de corrente $\mathbf{J}$ e a proporcionalidade entre o campo magnético e a corrente, temos:

$$\mathbf{B} = i\mathbf{k} = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = i\mathbf{k}$$

$$i = \oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l}$$

k seria a ser uma constante de proporcionalidade $k = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$

(pág 3)



Aprim:

$$i = \mu_0 \oint J dl$$

Aplicando o teorema de Stokes:

$$\oint B dl = \oint \nabla \times B \cdot d\mathbf{a}$$

Então:

$$\oint \nabla \times B \cdot d\mathbf{a} = \mu_0 \oint J dl$$

Assim se chegou em umas das equações de Maxwell, conhecida como lei de Ampère:

$$\nabla \times B = \mu_0 J$$

Além de já conhecida lei de Gauss, a lei de Ampère se juntou a lei de não existência de monopólos magnéticos.

$$(i) \nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{lei de Gauss})$$

$$(ii) \nabla \cdot B = 0 \quad (\text{lei sem monopólos magnéticos})$$

$$(iii) \nabla \times B = \mu_0 J \quad (\text{lei de Ampère})$$

A interpretação física da lei de Ampère diz que o desvio de corrente elétrica produz um campo magnético fechado em torno do condutor.



3. Lei de indução de Faraday.

Outra importante descoberta que culminou na unificação da eletricidade e do magnetismo foi a lei de indução eletromagnética de Michael Faraday. Faraday foi um grande experimentalista, sendo autista desde os 12 anos de idade. Além de suas descobertas experimentais, Faraday contribuiu com a ideia de linhas de campo. O conceito de campo não existia na física até então, e foi a partir das análises experimentais de Faraday, em observar os limboes de ferro sob a influência de um campo magnético produzido por um ímã, que Faraday propôs suas ideias de linhas de campo. Faraday foi considerado por Maxwell um grande cientista e foi a partir de suas publicações de resultados experimentais, que Maxwell desenvolveu sua teoria eletromagnética.

3.1. O experimento de Faraday.

A ideia de Faraday, a fim de estudar os efeitos de um campo magnético em materiais condutores, foi variar esse campo próximo de uma espira.

Para isso ele utilizou um ímã em uma espira enrolada com fios condutores, que estava acoplada a um galvanômetro.

Página 5

1000



2018 pág 6

Esse experimento ficou conhecido como orel de Faraday. Como grande experimentalista que era, Faraday fez diversos experimentos minuciosos e além de descobrir que a variação de campo magnético produzia movimento de carga, ou seja, corrente elétrica, ele também observou que ao afastar ou aproximar o ímã, também influenciava o sentido da corrente.

Seguindo os mesmos argumentos matemáticos utilizados na lei de Ampère, aplicando o Teorema de Stokes para variação de fluxo de campo magnético, é possível chegar na equação:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Que é conhecida como a lei de Faraday para indução eletromagnética. O sinal negativo foi introduzido pela lei de Lenz, que diz que a corrente ~~para~~ induzida pela variação de fluxo magnético no tempo, tende a se opor ao sentido do fluxo.

A interpretação física da lei de indução de Faraday diz que ao se mover um campo magnético, produz-se campo elétrico em um condutor que irá produzir e movimentação de cargas, ou seja corrente elétrica.



Outro ponto importante é que a produção desse campo elétrico só depende da variação do fluxo de campo magnético não importando suas fontes.

4. Correção de Maxwell para Lei de Ampère.

Até aqui temos o conjunto de equações e equações, que descrevem toda teoria eletromagnética antes da correção de Maxwell:

~~(i) $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ (Lei de Gauss)~~

~~(ii) $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ (não existência de monopólos magnéticos)~~

~~(iii) $\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ (Lei de Faraday)~~

~~(iv) $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ (Lei de Ampère)~~

(iv) $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ (Lei de Ampère).

A partir dos trabalhos de Faraday, James Clerk Maxwell (1888), ~~que foi o primeiro a~~ se dedicou em desenvolver uma teoria que explicasse todo o eletromagnetismo. Inclusive a ótica, que até então, também era uma ciência que se estudava separadamente de eletricidade e de magnetismo.



5- Ondas eletromagnéticas

Com a correção de Maxwell, toda a teoria eletromagnética foi condensada nas famosas quatro equações:

$$(i) \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$(ii) \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$(iii) \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$(iv) \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Mas o trabalho ainda não estava completo. Havia uma suspeita de que a luz poderia ser uma onda eletromagnética. Maxwell então supôs duas condições para tentar encontrar uma solução para esse problema; tentar resolver suas equações em condições específicas, com densidade de cargas igual a zero ou densidade de corrente igual a zero:

$$\rho = 0 \text{ ou } \mathbf{J} = 0.$$

Essas condições são similares a condições de vácuo, porém na época, ainda se acreditava na existência do éter luminífero, o meio no qual a luz precisava para se propagar.



Então para as condições propostas as equações podem ser resumidas da seguinte forma:

$$(i) \nabla \cdot E = 0$$

$$(ii) \nabla \cdot B = 0$$

$$\rho = 0$$

ou

$$(iii) \nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

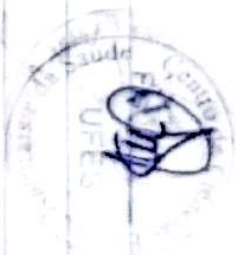
$$J = 0$$

$$(iv) \nabla \times B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Nestas condições, as equações (i) Lei de Gauss e a (ii) não monopolos magnéticos, são coerentes com seus respectivos entendimentos físicos. A lei de Gauss diz que na ausência de cargas ou corrente, não existe campo elétrico em fluxo por uma superfície fechada. A equação (ii) se mantém inalterada.

A partir de (iii) e (iv), duas equações diferenciais de primeira ordem, é possível chegar, matematicamente em duas equações diferenciais de segunda ordem.

(página)



A partir da (iv):

$$\nabla \times B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Aplicando o rotacional:

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times E$$

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times E)$$

Rele produto vetorial triplo:

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \nabla (\nabla \cdot B) - B (\nabla \cdot \nabla)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \rightarrow \text{mão monopolo}$$

$$\nabla \times (\nabla \times B) = -B \nabla^2$$

então:

$$-B \nabla^2 = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)$$

$$\nabla^2 B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Análogo para (iii) temos:

$$\nabla^2 E = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$



Essas duas equações são análogas à equação de onda:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

onde o termo:

$$\frac{1}{v^2} = \mu \cdot \epsilon$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}} \Rightarrow c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Que era coerente com o valor da velocidade da luz conhecido até então. Assim, por meio do seu trabalho teórico, Maxwell provou que as ondas eletromagnéticas eram constituídas de campos elétricos e magnéticos e também provou que a luz era uma onda eletromagnética.

Suas descobertas teóricas foram um marco na história da física clássica, onde seu trabalho unificou a eletricidade e o magnetismo com a ótica. Vale destacar que as formas condensadas das equações de Maxwell foram apresentadas por Heaviside. Cabe a Henry Hertz comprovar a origem eletromagnética da luz em experimentos realizados em Berlim. A frequência ganhou a unidade de medida em Hertz (Hz) em sua homenagem.